SUR UN NOUVEAU TYPE

DE

FERME PARABOLIQUE

APPLICABLE A LA CONSTRUCTION DE

PONTS MÉTALLIQUES A VOIE EN DESSUS

PAR

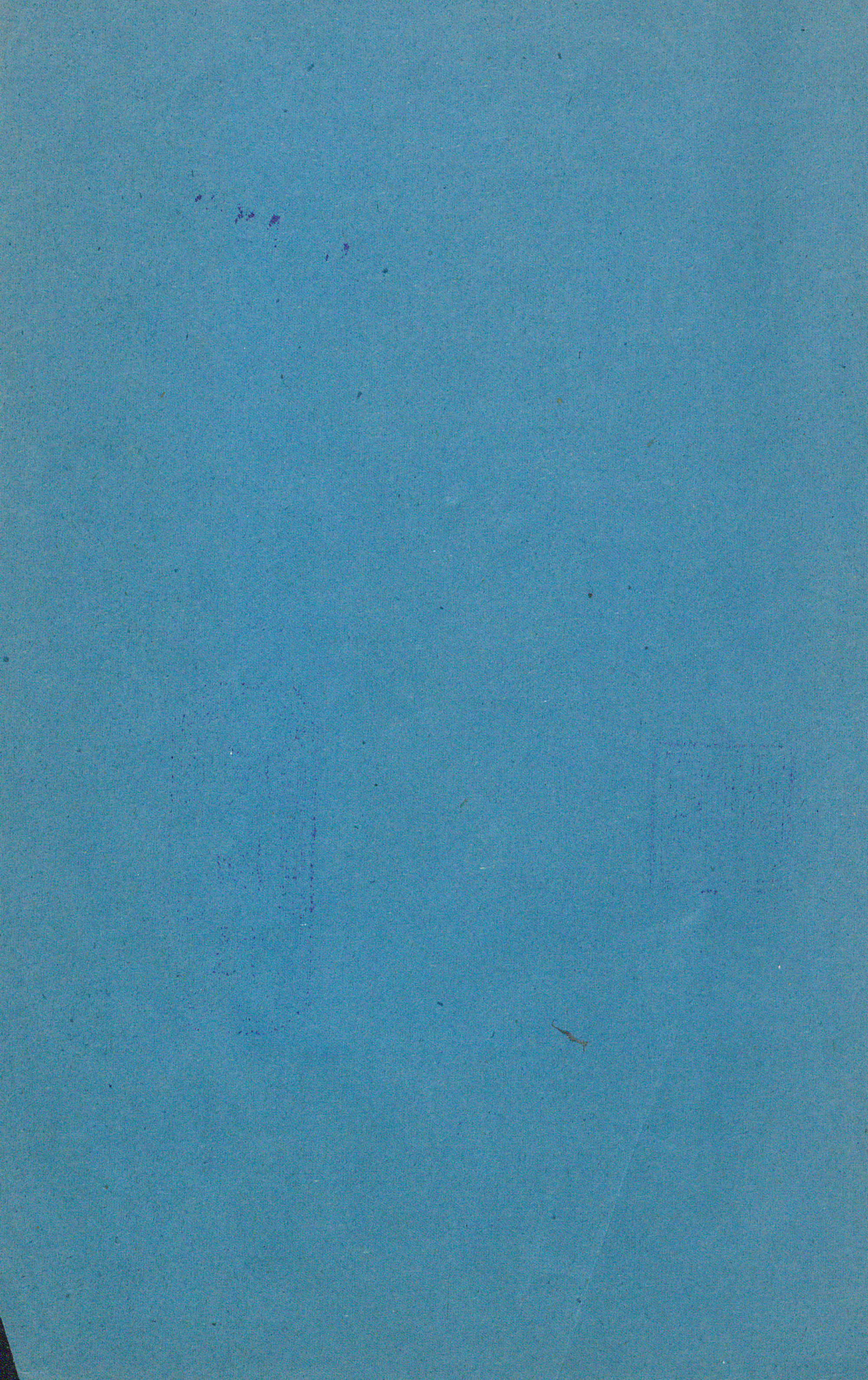
A. GISCLARD

Chef de bataillon du génie

BERGER-LEVRAULT ET Cie, ÉDITEURS

PARIS | NANCY
5, rue des Beaux-Arts | 18, rue des Glacis

1891



SUR UN NOUVEAU TYPE

DE

FERME PARABOLIQUE

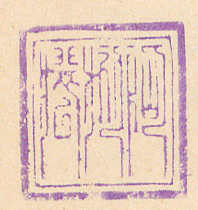
APPLICABLE A LA CONSTRUCTION DE

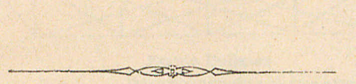
PONTS MÉTALLIQUES A VOIE EN DESSUS

PAR

A. GISCLARD

Chef de bataillon du génie







BERGER-LEVRAULT ET Cie, ÉDITEURS

PARIS
5, rue des Beaux-Arts

NANCY
18, rue des Glacis

1891

Extrait de la *Revue du génie militaire.*

SUR

UN NOUVEAU TYPE DE FERME PARABOLIQUE

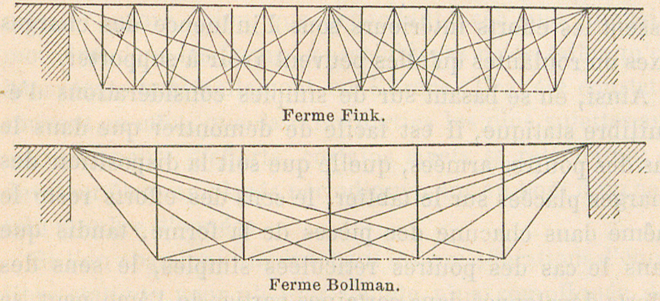
APPLICABLE

A LA CONSTRUCTION DE PONTS MÉTALLIQUES

A VOIE EN DESSUS

On sait que les fermes américaines se divisent en deux classes bien distinctes :

Les *poutres armées* telles que les fermes Fink ou Bollman (fig. 1), dans lesquelles l'action des charges placées



Ferme Fink.

Ferme Bollman.

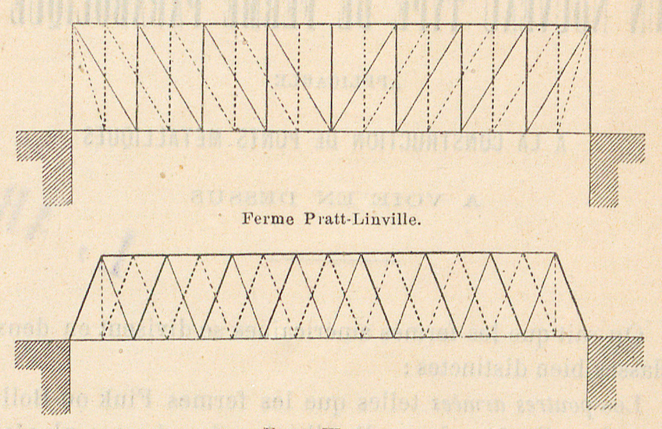
Fig. 1. — Diagrammes de poutres armées.

sur le tablier est reportée vers les points d'appui par des systèmes plus ou moins complexes formés de flèches et de sous-tendeurs ;

Les *poutres réticulées*, telles que les fermes Warren, Howe, Pratt ou Linville (fig. 2), formées de mailles triangulaires simplement jointives ou disposées par séries superposées de manière à constituer des poutres simples ou composées.

On sait également que ces deux sortes de construction

ne diffèrent pas seulement l'une de l'autre par la forme générale de leurs diagrammes, mais qu'elles se distinguent encore par la façon dont se développent et se répar-



Ferme Pratt-Linville.

Ferme Warren.

Fig. 2. — Diagrammes de poutres réticulées.

tissent les efforts intérieurs sous l'influence des charges fixes ou roulantes qu'elles peuvent avoir à supporter.

Ainsi, en se basant sur de simples considérations d'équilibre statique, il est facile de démontrer que dans le cas des poutres armées, quelle que soit la disposition des charges placées sur le tablier, le sens des efforts reste le même dans chacune des pièces de la ferme, tandis que dans le cas des poutres réticulées simples, le sens des efforts développés dans certaines parties de l'âme peut se trouver totalement inversé par le seul fait du déplacement des charges.

Les conséquences que l'on en tire, relativement à la comparaison des deux systèmes, paraissent être jusqu'ici en faveur de la poutre armée.

On peut les résumer ainsi qu'il suit :

1° L'invariabilité du sens des efforts dans les différentes parties d'une poutre armée donne au constructeur la faculté d'approprier la forme de chaque pièce au genre d'effort qu'elle doit subir.

2° Les renversements d'efforts qui se produisent successivement dans les bracons des poutres réticulées n'utilisent pas mieux la résistance de la matière, ainsi qu'on pourrait le croire au premier abord, car les dernières expériences de Wöhler ont démontré que la limite d'élasticité d'une pièce est fortement abaissée lorsque cette même pièce est soumise alternativement à des efforts de sens contraires. En raison du jeu indispensable qui existe toujours dans les assemblages, ils offrent en outre le grave inconvénient de produire dans ces organes des chocs nombreux et répétés qui ne tardent pas à en altérer la solidité. C'est ainsi que, dans un grand nombre de ponts construits aux États-Unis, l'œil des articulations s'est trouvé tellement agrandi au bout d'un petit nombre d'années de service, que l'on s'est vu dans l'obligation de venir consolider ces assemblages en y juxtaposant après coup des plaques ou des couvre-joints rivés. Le même inconvénient se manifeste encore, bien que cependant avec une intensité moindre, dans les fermes à assemblages rivés, telles qu'on les exécute habituellement en Europe. Il a été constaté, souvent en effet, que dans les parties les plus sujettes aux renversements d'efforts, certains rivets se relâchaient et devaient être remplacés périodiquement au bout d'un certain nombre d'années.

Si l'on abandonne maintenant les considérations d'équilibre statique pour aborder l'étude plus compliquée des effets dynamiques, on se trouve en présence d'un certain nombre de faits qui viennent modifier singulièrement la portée de nos premières observations.

On admet en effet avec Rankine que, sur une pièce prismatique quelconque, une action brusque produit un effet double de celui qui serait dû à une action lente et progressive, et on suppose, en outre, bien que la loi ne soit pas encore très connue, que ce rapport diminue graduellement au fur et à mesure que s'augmente la durée nécessaire au développement complet de l'effort. On sait aussi que dans

la détermination des efforts limites à admettre dans les charpentes de ponts métalliques, la plupart des constructeurs ont l'habitude de tenir compte de la proportion dans laquelle se répètent ces efforts lors du passage des différents convois.

Si l'on fait intervenir ces considérations dans la question qui nous occupe, il est facile de se rendre compte que dans la ferme du type Fink, par exemple, les tirants et les poinçons sont d'autant plus sujets à être soumis à l'effort limite, et le subiront alors d'une façon d'autant plus brusque, qu'ils correspondent à des points de division d'un ordre plus élevé, car il suffit évidemment que la fraction de tablier correspondant à un système de tirants et de poinçons du même ordre reçoive à un moment donné sa plus forte charge pour que chacune de ces pièces subisse au même instant son effort maximum. Le fait sera bien plus sensible encore dans les fermes du type Bollman où, en raison de l'indépendance complète des travées, tous les tirants et tous les poinçons de la ferme sont exposés à travailler brusquement à l'effort limite à chaque passage de locomotive.

Dans les poutres réticulées, au contraire, en dehors des quelques pièces de l'âme les plus voisines des points d'appui, les autres parties de la ferme travailleront toujours d'une façon progressive et ne subiront l'effort limite qu'au passage des trains les plus lourds.

On conçoit donc sans peine que les coefficients pratiques, par lesquels il faut multiplier les charges statiques pour tenir compte des effets dynamiques, puissent être en moyenne plus élevés dans les poutres armées que dans les fermes réticulées.

Sans parler de quelques autres inconvénients des poutres armées inhérents aux difficultés du montage, tels que l'impossibilité de raidir convenablement, dans la construction, des tirants métalliques d'une grande longueur, on arrive à conclure que les deux systèmes de poutres que

nous venons de comparer possèdent l'un et l'autre certains avantages et certains inconvénients qui se compensent réciproquement et qui les rendent à peu près équivalents au point de vue économique.

Est-il possible de supprimer les inconvénients que nous avons signalés et de réunir au contraire dans un même type de construction les avantages qui caractérisent séparément chacun des deux systèmes?

La solution que nous allons exposer répond d'une façon complète à la question.

Elle satisfait en effet aux deux conditions essentielles:

Invariabilité du sens des efforts dans toutes les parties de la construction;

Développement graduel et progressif de ces efforts sous l'influence des charges roulantes.

A ces avantages il faut encore en joindre un certain nombre d'autres qui résultent de la forme même du tracé, c'est-à-dire :

Égalité approximative des efforts maxima développés dans les organes similaires les plus importants de la ferme, et par suite possibilité de constituer ces éléments avec des matériaux de même échantillon;

Contreventement parfait dans le sens longitudinal et solidarité complète de tous les éléments, tandis que les fermes Fink ou Bollman au contraire, en raison de l'indépendance relative des systèmes qui correspondent à chaque ordre de division, peuvent être considérées comme en état d'équilibre instable pour toute cause accidentelle extérieure tendant à soulever un point quelconque du tablier;

Emploi de liens diagonaux travaillant uniquement à la traction sans le secours d'aucune espèce de contre-tirants, ce qui supprime la difficulté qu'entraîne généralement le réglage des tensions initiales dans les systèmes réticulés à liaisons surabondantes;

Et, en dernier lieu, économie importante réalisée dans l'emploi de la matière par la manière dont on fait inter-

venir le poids mort dans la répartition générale des efforts.

Telles sont, en résumé, les propriétés essentielles qui caractérisent ce nouveau type de ferme et qui permettent de le classer indifféremment parmi les poutres armées à sous-tendeurs funiculaires ou dans la catégorie des systèmes réticulés à mailles triangulaires. Nous indiquerons par la suite les avantages qu'il possède encore sur les poutres Fink et Bollman au point de vue de la simplicité du montage et de la facilité de la construction.

ÉTUDE DU DIAGRAMME.

Réduit à sa plus simple expression, le profil longitudinal de la ferme affecte la forme indiquée par la figure 3,

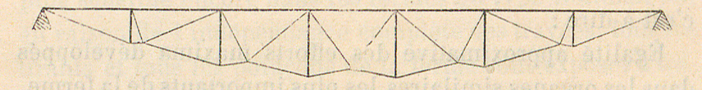


Fig. 3. — Diagramme de la ferme proposée.

sur laquelle les traits forts représentent les pièces soumises à la compression, et les traits fins, celles qui travaillent à l'extension.

L'ensemble de la charpente du pont, formé de deux fermes de rive entièrement semblables, est contreventé par un système transversal d'entretoises et de croix de Saint-André, réunissant deux à deux les pièces jumelles des deux cordes supérieures ainsi que les deux poinçons dans chacune des palées.

Au point de vue du principe même de la construction, il n'est pas nécessaire d'admettre que les extrémités inférieures de ces poinçons soient situées sur une courbe déterminée ; mais on verra par la suite que, pour obtenir la meilleure répartition des efforts maxima, il est avantageux d'adopter pour cette courbe la forme d'un arc de parabole.

passant par les deux points d'appui et symétrique par rapport à la verticale médiane. En réduisant dans un même rapport les ordonnées de cette courbe, on obtiendra un deuxième arc de parabole sur lequel il conviendra également de placer les nœuds formés par la jonction des sous-tendeurs.

La position des nœuds sur cette dernière parabole se déterminera d'ailleurs de la façon suivante :

Pour un pont de N travées, on divisera la corde supérieure en N — 1 parties égales, puis par chacun des points de division ainsi obtenus on mènera une perpendiculaire jusqu'à sa rencontre avec la courbe.

Il est évident que par ce procédé on obtiendra nécessairement un nœud et rien qu'un seul dans chacune des travées du pont, à l'exception des deux travées extrêmes qui n'en auront pas et se trouveront ainsi réduites à deux triangles rectangles.

Le mode de construction qui vient d'être indiqué ne sera défini d'une façon complète que lorsqu'on aura fixé exactement la valeur du rapport qui doit exister entre les flèches des deux arcs de parabole. Ce rapport en effet n'est pas tout à fait arbitraire et sa valeur devient même susceptible d'une détermination précise si l'on s'impose en même temps les deux conditions suivantes :

Trouver la solution la plus économique au point de vue de l'emploi de la matière ;

Assurer l'invariabilité du sens des efforts dans toutes les parties de la construction ;

Cette deuxième condition répondant, ainsi que nous l'avons dit déjà, à une des propriétés les plus caractéristiques du type général de la poutre armée.

Supposons d'abord que le rapport dont il s'agit ait été choisi dans des limites telles que *les prolongements d'un cordon quelconque du contour inférieur restent toujours en dessous des deux points d'appui.*

Si, faisant abstraction complète du poids du pont, on

cherche à déterminer le sens des efforts développés dans ses divers éléments sous l'action d'une charge unique ϖ placée sur un de ses poinçons, on trouve en appliquant la méthode habituellement suivie pour l'étude des systèmes articulés que, quelle que soit la position de la charge ϖ, ces efforts sont invariablement :

Pour un élément quelconque du contour inférieur, une tension ;

Pour un poinçon ou un élément quelconque de la corde supérieure, une compression ;

Pour un lien quelconque du système intérieur, une tension ou une compression, selon que sa direction recoupe celle du poinçon chargé en dessous ou en dessus de l'horizontale passant par les deux points d'appui.

Dans la pratique, on n'aura pas à considérer l'effet d'un poids unique agissant sur un poinçon déterminé, mais bien l'action de plusieurs charges s'exerçant simultanément sur tous les poinçons de la ferme. Ces charges résultent des diverses combinaisons de surcharges accidentelles que le pont peut avoir à supporter, ainsi que du poids mort de la construction, que l'on doit toujours supposer réparti sur tous les poinçons afin de n'avoir plus à se préoccuper du poids des parties intermédiaires.

Or on sait que, en vertu du principe de la superposition des effets des forces, l'effort développé dans un quelconque des éléments de la triangulation par un ensemble de charges est égal à la somme algébrique des efforts développés séparément par chaque charge considérée comme agissant isolément.

On en conclut, pour le cas de la ferme qui nous occupe :

Que l'effort développé dans un élément quelconque du contour inférieur, étant une somme de tensions, est toujours une tension ;

Que, de même, les efforts développés dans un élément quelconque de la corde supérieure ou dans un poinçon,

étant des sommes de compressions, sont toujours des compressions ;

Que les maxima de ces efforts ont lieu lorsque tous les poinçons supportent les charges maxima qui peuvent leur être imposées ;

Et, en dernier lieu, que l'effort développé dans un lien quelconque du système intérieur est une tension ou une compression, selon les données de la question.

Si l'on suppose la direction de ce lien prolongée suffisamment au-dessus et au-dessous de la ferme, les poinçons peuvent être divisés en deux groupes : ceux qui se trouvent en dessus de cette direction et ceux qui se trouvent en dessous. Si dans ce cas particulier on regarde en outre les tensions comme des valeurs positives et les compressions comme des valeurs négatives, on voit, d'après ce qui a été dit plus haut pour une charge isolée, que le maximum algébrique de l'effort aura lieu lorsque tous les poinçons en dessus auront leurs charges maxima et les poinçons en dessous leurs charges minima, tandis que le minimum algébrique sera donné par la disposition inverse.

Ce minimum algébrique peut être positif ou négatif, c'est-à-dire représenter une tension ou une compression. Nous verrons par la suite que le rapport entre la surcharge accidentelle maxima et le poids mort par travée ayant été fixé d'avance, il est toujours possible de le rendre positif en maintenant au-dessous d'une certaine limite le rapport des flèches des deux arcs paraboliques.

Pour déterminer cette limite, il paraît donc utile de rechercher les expressions qui font connaître les maxima et minima algébriques des efforts développés dans les différentes parties de la construction. La solution de ce problème pourra se déduire sans difficulté de quelques formules générales que nous allons établir.

Considérons (fig. 4) une ferme d'un nombre quelconque de travées.

Désignons par L sa portée, par l la longueur d'une

travée, par f la flèche de l'arc de parabole qui détermine la hauteur des poinçons et par f' celle de l'arc de parabole qui passe par les nœuds.

Si nous prenons pour origine des coordonnées le point A

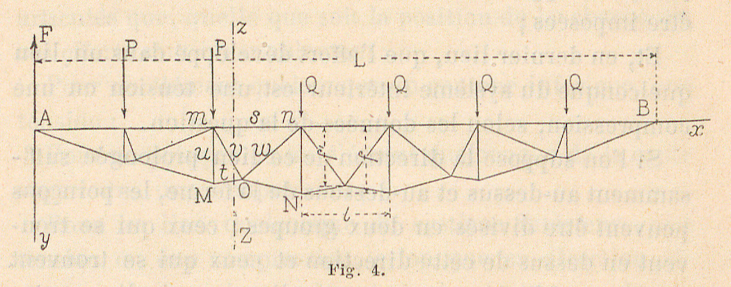


Fig. 4.

extrémité gauche de la corde supérieure, pour axe des x positifs cette corde elle-même et pour axe des y positifs la verticale abaissée au-dessous du point A, l'équation de la parabole passant par les extrémités inférieures des poinçons pourra être mise sous la forme

$$(1) \qquad y = \frac{4f}{L^2} x (L - x),$$

et celle qui passe par les nœuds sous la forme

$$(2) \qquad y = \frac{4f'}{L^2} x (L - x).$$

En désignant plus particulièrement par x et y les coordonnées de l'extrémité inférieure d'un poinçon quelconque mM et par x' et y' celles du nœud consécutif O, on déduira immédiatement de la règle déjà donnée plus haut pour la détermination des nœuds la relation suivante qui lie x et x':

$$(3) \qquad \frac{x'}{L} = \frac{x}{L - l}.$$

Il suffira maintenant de porter la valeur de x' donnée par cette formule à la place de x dans l'équation (2) pour obtenir la valeur de y' correspondante

$$(4) \qquad y' = \frac{4f'x}{(L - l)^2} (L - l - x).$$

Les équations (3) et (4) nous font donc connaître les coordonnées d'un nœud quelconque x' et y' en fonction de l'abscisse x du poinçon qui précède immédiatement ce nœud.

Ceci posé, faisons abstraction du poids propre de la ferme et proposons-nous de déterminer les efforts développés dans les trois éléments MO, mO et mn sous l'action de deux séries de charges P et Q disposées, ainsi que le montre la figure 4, les unes P sur tous les poinçons situés en dessous du lien mO, les autres Q sur tous les poinçons situés en dessus.

Si nous divisons la ferme par une section verticale fictive z Z rencontrant les trois éléments dont il s'agit, nous pourrons ne considérer que le tronçon de la ferme à gauche de z Z, à la condition de remplacer le tronçon de droite par ses réactions sur les éléments MO, mO et mn. Le tronçon de gauche se trouvera donc en équilibre sous l'action de ces trois forces, de la somme $\frac{x}{l}$ P des charges qui lui sont directement appliquées, et de la réaction verticale F, de bas en haut, développée au-dessus du point d'appui A par l'ensemble des charges P et Q.

Cette réaction F peut facilement se calculer en écrivant que son moment autour du point B est égal à la somme des moments des charges P et Q pris par rapport au même point.

On a ainsi la relation

$$(5) \qquad \mathrm{FL} = \frac{x}{l}\mathrm{P}\,\frac{2\mathrm{L}-l-x}{2} + \frac{\mathrm{L}-l-x}{l}\,\mathrm{Q}\,\frac{\mathrm{L}-x}{2}.$$

Il ne nous reste alors que les trois inconnues s, t et v qu'il s'agit de déterminer, s représentant la compression développée dans l'élément mn, t et v les tensions développées dans les cordons MO et mO.

Remarquons immédiatement qu'au lieu de rechercher les valeurs réelles de ces tensions, il est plus commode de prendre pour inconnues leurs composantes horizontales t_x

et v_x d'où on pourra les déduire ensuite immédiatement. En écrivant alors que toutes les forces agissant sur le tronçon considéré satisfont aux trois équations générales de l'équilibre, on obtiendra entre les trois quantités s, t_x et v_x trois relations différentes qui serviront à les déterminer.

On peut mettre immédiatement ces trois équations générales sous la forme d'un système équivalent plus facile à résoudre, en égalant successivement à zéro la somme des moments de toutes les forces pris d'abord autour du point m, puis autour du point O, et en écrivant enfin que la somme des projections de ces mêmes forces sur l'axe x est nulle.

On est conduit ainsi aux trois relations

$$t_x y + \frac{x}{l} \mathrm{P} \frac{x-l}{2} - \mathrm{F}x = 0,$$

$$sy' + \frac{x}{l} \mathrm{P} \frac{2x' - l - x}{2} - \mathrm{F}x' = 0,$$

$$v_x + t_x - s = 0.$$

En transportant dans ces équations les valeurs de y, x', y' et F données par les formules (1), (3), (4) et (5), en réduisant, en groupant convenablement les termes, puis en résolvant par rapport aux trois inconnues, on obtient définitivement les trois relations

$$(6) \qquad t_x = \frac{\mathrm{L}}{8fl} [\mathrm{QL} + (\mathrm{P} - \mathrm{Q})(x + l)],$$

$$(7) \qquad s = \frac{\mathrm{L} - l}{8f'l} [\mathrm{P}l + \mathrm{QL} + (\mathrm{P} - \mathrm{Q})x],$$

$$(8) \quad v_x = \frac{1}{8l}\left[\mathrm{Q}\left(\frac{\mathrm{L}^2 - l^2}{f'} - \frac{\mathrm{L}^2}{f}\right) - (\mathrm{P} - \mathrm{Q})\left(\frac{\mathrm{L}}{f} - \frac{\mathrm{L} - l}{f'}\right)(x + l)\right],$$

qui nous font connaître les valeurs de t_x, s et v_x en fonction de l'abscisse x du poinçon $m\mathrm{M}$.

Ces trois formules vont nous permettre de traiter avec la plus grande facilité les diverses questions de maxima et de minima que nous nous sommes proposé de résoudre.

En effet, si dans les formules (6) et (7) nous donnons d'abord à P et à Q une valeur commune représentant la

charge maxima qui peut s'exercer sur un poinçon, poids mort et surcharge réunis, on voit, d'après ce que nous avons dit précédemment, que nous obtiendrions pour t_x et s des valeurs très peu supérieures aux efforts maxima qui s'exercent réellement dans M O et dans $m\,n$, car nous pouvons admettre que la plus grande et la plus petite des charges qui résultent de la répartition du poids mort sur les divers poinçons du pont diffèrent très peu l'une de l'autre.

Les formules deviennent alors :

(9) $$t_x = \frac{\text{PL}^2}{8fl},$$

(10) $$s = \frac{\text{P}(\text{L}^2 - l^2)}{8fl},$$

ce qui montre qu'à l'exception des deux travées extrêmes pour lesquelles la formule (10) ne s'applique pas et dans lesquelles on prend simplement $s = t_x$, ces deux limites d'efforts maxima sont indépendantes de x et restent par conséquent les mêmes dans toute l'étendue du pont.

Les résultats que nous venons d'obtenir vont nous permettre, avant d'aller plus loin, de calculer l'effort maximum de compression qui peut se développer dans le poinçon mM. Cette compression limite est atteinte évidemment lorsque les deux liens qui aboutissent au pied du poinçon m M subissent eux-mêmes leurs tensions maxima, car nous venons de voir que les tensions maxima se développent simultanément dans tout le contour inférieur lorsque le tablier du pont est complètement chargé.

Pour effectuer les calculs, déterminons d'abord, en fonction de x, la valeur absolue du coefficient angulaire du cordon M O. On la trouve facilement en portant, dans l'expression $\frac{y-y'}{x'-x}$, les valeurs de y, x' et y' fournies par les équations (1), (3) et (4), ce qui donne la relation

$$\frac{y-y'}{x'-x} = \frac{4}{l}\left[\frac{f(\text{L}-l)}{\text{L}^2}(\text{L}-x) - \frac{f'}{\text{L}-l}(\text{L}-l-x)\right].$$

La portion de compression développée dans le poinçon mM par la tension du lien M O est donnée par l'expression

$$t_x \frac{y - y'}{x' - x}$$

qui devient, en remplaçant t_x et $\frac{y - y'}{x - x'}$ par leurs valeurs,

$$(11) \quad \frac{PL^2}{2fl^2} \left[\frac{f(L - l)}{L^2} (L - x) - \frac{f'}{L - l} (L - l - x) \right].$$

Pour obtenir la compression due à la tension de l'autre cordon qui aboutit au point M, il faut changer dans cette expression x en L — x, ce qui donne

$$(12) \quad \frac{PL^2}{2fl^2} \left[\frac{f(L - l)}{L^2} x - \frac{f'}{L - l} (x - l) \right].$$

La somme de ces deux expressions fait connaître la compression maxima totale u que l'on cherche. On voit que par l'addition les termes en x se détruisent et qu'on arrive enfin à la formule

$$(13) \quad u = \frac{PL^2}{2l^2} \left[\frac{L - l}{L} - \frac{f'}{f} \frac{L - 2l}{L - l} \right],$$

qui ne contient plus que des quantités indépendantes de l'abscisse du point M.

On constate donc ainsi ce résultat remarquable que, non seulement les maxima de s et de t_x, mais encore le maximum de la compression u développée dans un poinçon quelconque de la ferme sont complètement indépendants du rang de la travée.

La discussion des trois formules générales que nous avons précédemment établies nous amène naturellement à l'étude de l'équation (8) qui peut être considérée comme la plus importante d'entre elles au point de vue des conséquences que l'on en tire.

Nous avons déjà vu, en effet, quelles sont les deux combinaisons de charges qui par leur action sur le tablier du pont déterminent séparément le maximum ou le minimum algébrique de la tension v_x. Il en résulte que si l'on dé-

signe, comme ci-dessus, par P la charge maxima qui peut s'exercer sur un poinçon (poids mort et surcharge réunis) et par Q le minimum de cette charge (poids mort seulement), le minimum de l'expression v_x sera donné par la formule (8) elle-même, tandis que le maximum algébrique s'obtiendra en changeant P en Q et réciproquement, ce qui conduit à la relation

(14)
$$\text{Max.}\,v_x = \frac{1}{8l}\left[P\left(\frac{L^2 - l^2}{f'} - \frac{L^2}{f}\right) + (P - Q)\left(\frac{L}{f} - \frac{L - l}{f'}\right)(x + l)\right]$$

qui peut être mise sous la forme

(15)
$$\text{Max.}\,v_x = \frac{L - l}{8f'l}\left[P(L - x) + Q(x + l)\right] - \frac{L}{8fl}\left[PL - (P - Q)(x + l)\right]$$

On voit immédiatement à l'aspect des formules (10), (13) et (15) que l'intensité des efforts maxima sera d'autant plus petite que f' sera plus grand et que par conséquent il y aura avantage, au point de vue économique, à placer les nœuds aussi bas que possible ; mais on se trouve arrêté par la considération de l'inégalité

$$(16) \quad Q\left(\frac{L^2 - l^2}{f'} - \frac{L^2}{f}\right) - (P - Q)\left(\frac{L}{f} - \frac{L - l}{f'}\right)(x + l) > 0,$$

qui exprime que l'effort développé dans le cordon mO doit être toujours une tension.

Si l'on prolonge les ordonnées, qui déterminent la position des nœuds, jusqu'à leur rencontre avec les côtés du polygone extérieur formé par les extrémités inférieures des poinçons, on démontre, par un calcul fort simple[1], que

1. Lieu des intersections des ordonnées des nœuds avec les côtés du polygone extérieur formé par les extrémités inférieures des poinçons :

$$Y = \frac{4f}{L^2}(x + l)(L - x - l).$$

Remplaçant x par sa valeur

$$x = x'\frac{L - l}{L},$$

on a

$$y = \frac{4f}{L^2}x(L - x) = \frac{4f}{L^2}x'\frac{L - l}{L}\left(L - x'\frac{L - l}{L}\right) = \frac{4f}{L^2}\frac{L - l}{L^2}x'[L^2 - x'L + x'l]$$

les points d'intersection ainsi obtenus se trouvent sur un même arc de parabole passant par les points A et B. On trouve également que pour cet arc de parabole le rapport de sa flèche e à la flèche f de la parabole des extrémités inférieures des poinçons est tel que l'on ait

$$\frac{e}{f} = \frac{L^2 - l^2}{L^2}.$$

Mais la forme générale du tracé que nous avons adopté pour le profil de la ferme suppose que les nœuds seront toujours en dedans du polygone extérieur dont il s'agit ; nous aurons donc nécessairement

$$f < e,$$

d'où l'on conclut

$$\frac{L^2 - l^2}{f'} - \frac{L^2}{f} > 0,$$

ce qui montre que le premier terme de la différence exprimée par le premier membre de notre inégalité (16) restera toujours positif.

A l'aspect du second terme de cette même différence, on s'aperçoit immédiatement qu'il existe un cas particulier remarquable, c'est celui qui correspond à la relation

$$\frac{f'}{f} = \frac{L - l}{L}.$$

Dans ce cas, le deuxième terme est constamment nul,

---

d'où

$$Y - y = \frac{4f}{L^2}\left[[l(L - l) - 2xl]\right]$$

$$= \frac{4f}{L^2}\frac{L - l}{L}(lL - 2x'l).$$

$$\frac{\varepsilon}{Y - y} = \frac{x' - x}{l} = \frac{x}{L - l} = \frac{x'}{L}$$

$$\varepsilon = (Y - y)\frac{x'}{L} = \frac{4f}{L^2}\frac{L - l}{L^2}x'(lL - 2x'l),$$

$$y' = y + \varepsilon = \frac{4f}{L^2}\frac{L - l}{L^2}x'[L(L + l) - x'(L + l)],$$

$$y' = \frac{4f}{L^2}\frac{L^2 - l^2}{L^2}x'(L - x').$$

d'où il résulte que, quel que soit P — Q, l'inégalité (16) est toujours satisfaite.

La ferme qui est représentée par cette solution jouit donc de cette propriété : c'est que, quelle que soit la valeur de l'expression $\frac{P-Q}{Q}$, c'est-à-dire quel que soit le rapport de la surcharge accidentelle au poids mort dans chaque travée, le sens des efforts reste invariable dans toutes les parties de la construction.

En transportant la valeur de f' ainsi déterminée dans les formules qui expriment les maxima des efforts déjà trouvés, on obtient les relations simplifiées

(17) $$t_x = \frac{PL^2}{8fl},$$

(18) $$s = \frac{P(L+l)L}{8fl},$$

(19) $$u = \frac{PL}{2l},$$

(20) $$v_x = \frac{PL}{8f},$$

ce qui montre que, dans le cas qui nous occupe, le maximum de v_x reste constant, c'est-à-dire indépendant du rang de la travée.

La constance de la projection horizontale de l'effort maxima ne paraît pas être aussi avantageuse dans le cas de la tension v que dans celui de la tension t, car on remarque que les liens du système intérieur présentent des variations d'inclinaison beaucoup plus étendues que celles des cordons du contour inférieur; néanmoins, il y a lieu de constater que, dans le cas où l'on aurait été amené à constituer les bracons de la ferme avec des barres de même section, l'excédent de résistance au point de vue statique se trouverait être précisément dans les pièces qu'il conviendrait de renforcer pour tenir compte des effets dynamiques.

Nous ne pouvons abandonner l'étude de cette solution

particulière, sans appeler l'attention sur une propriété géométrique qui la caractérise d'une façon toute spéciale : c'est que le prolongement d'un cordon quelconque du contour inférieur passe toujours par l'un des points d'appui.

En divisant membre à membre l'équation (2) par l'équation (1) on a en effet

$$\frac{y'}{y}=\frac{f'}{f}\,\frac{x'}{x}\,\frac{L-x'}{L-x},$$

d'où, en remplaçant $\frac{f'}{f}$ par $\frac{L-l}{L}$ et $\frac{x'}{x}$ par sa valeur $\frac{L}{L-l}$ tirée de l'équation (3),

$$\frac{y'}{y}=\frac{L-x'}{L-x},$$

ce qui montre que le prolongement du lien MO passe bien par le point B.

On en déduit immédiatement une construction géométrique très simple pour la détermination de la position des nœuds dans le cas particulier de cette ferme. C'est elle qui est représentée par la figure 5. Elle consiste, pour

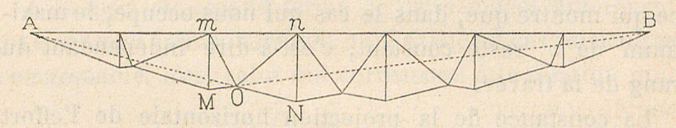


Fig. 5. — Cas particulier de la ferme proposée.

une travée quelconque mMnN, à joindre le pied de chaque poinçon au point d'appui directement opposé et à prendre le point d'intersection O des deux lignes M B et N A ainsi obtenues[1].

Le tracé que nous venons d'indiquer donne une solution

1. En désignant par N le nombre des travées et par R le coefficient de sécurité du métal travaillant à la traction, la formule théorique qui donne pour cette ferme le volume des pièces tendues est

$$\frac{P}{R}(N-1)\left[\frac{L^2}{8f}\frac{N+2}{N}+\frac{f}{3}(N+1)\right],$$

celle qui donne le volume des pièces comprimées s'obtenant simplement



élégante pour les fermes à petite portée, pour les passerelles légères dans lesquelles on néglige la considération du poids mort par rapport aux charges qu'elles sont appelées à supporter; mais il serait insuffisant pour les fermes à grande portée et surtout pour les ponts à tablier lourd, dans lesquels on doit réaliser la plus grande économie possible. On est conduit alors à adopter le tracé un peu moins simple, mais beaucoup plus avantageux, dont nous allons entreprendre immédiatement l'étude.

Rappelons d'abord que, pour diminuer l'intensité des efforts développés dans chacune des parties de la ferme, il faut, d'après une remarque importante que nous avons déjà faite, augmenter f' autant que possible, c'est-à-dire profiter du rôle que joue le poids mort dans la répartition des efforts, pour abaisser les nœuds jusqu'à leurs positions limites.

La première solution qui se présente ainsi consiste à satisfaire strictement à l'inégalité (16) en donnant à x sa plus grande valeur $L - 2\,l$. On est sûr alors que la condition qu'elle exprime sera remplie pour des valeurs de x plus petites, c'est-à-dire pour toutes les travées du pont. La valeur obtenue en résolvant l'équation par rapport à f' est fonction de $\frac{P - Q}{Q}$, rapport de la surcharge accidentelle au poids mort dans chaque travée du pont. On peut voir facilement qu'elle est supérieure à la valeur précédemment choisie $f\frac{L - l}{L}$, et par suite qu'elle correspond à une solution plus économique. Il suffit donc maintenant de transporter la valeur de f' ainsi déterminée dans les formules (10), (13) et (14) pour obtenir immédiatement les valeurs des efforts maxima cherchés.

---

en remplaçant dans cette expression le coefficient R par le coefficient de sécurité R' des pièces travaillant à la compression.

1 Il suit de là que, de même que pour les poutres Fink, Bollman ou Poonceau, ces deux valeurs sont égales lorsqu'on suppose $R = R'$.

La relation de condition exprimée par l'inégalité (16) n'est pas indépendante de l'abscisse x. Nous voyons donc que si la valeur de f', telle que nous venons de la déterminer, correspond bien aux positions limites que nous pouvons donner aux nœuds dans les deuxième et avant-dernière travées, il est possible d'augmenter encore cette quantité dans les travées intermédiaires et par conséquent d'aller encore plus loin dans la recherche d'une solution économique.

Il est évident, en effet, que le calcul de la valeur limite de f' correspondant à une travée quelconque est complètement indépendant de celui des autres travées, et que par suite il est permis de faire cette recherche dans chacune d'elles sans s'inquiéter des autres. Les différentes positions des nœuds qui en résulteront ne se trouveront plus sur un même arc de parabole, ainsi que nous l'avions supposé d'abord pour simplifier l'exposé de notre théorie, mais il est incontestable que nous serons arrivés de cette façon à la solution la plus économique que comportent d'ailleurs les autres conditions du tracé.

Considérons donc, comme précédemment, une travée quelconque mMnN (fig. 4). La relation de condition qui exprime que l'effort v_x est toujours une tension est représentée par l'inégalité (16), celle qui exprime que l'effort w_x est également une tension s'obtient en changeant dans cette formule x en $\mathrm{L}-x-l$. Nous aurons donc, en somme, pour la travée considérée les deux relations de condition simultanées

$$(16)\quad \mathrm{Q}\left(\frac{\mathrm{L}^2-l^2}{f'}-\frac{\mathrm{L}^2}{f}\right)-(\mathrm{P}-\mathrm{Q})\left(\frac{\mathrm{L}}{f}-\frac{\mathrm{L}-l}{f'}\right)(x+l)>0,$$

$$(21)\quad \mathrm{Q}\left(\frac{\mathrm{L}^2-l^2}{f'}-\frac{\mathrm{L}^2}{f}\right)-(\mathrm{P}-\mathrm{Q})\left(\frac{\mathrm{L}}{f}-\frac{\mathrm{L}-l}{f'}\right)(\mathrm{L}-x)>0.$$

Pour que la deuxième entraîne la première, il faut que son premier membre soit toujours plus petit que celui de la précédente, c'est-à-dire il faut que l'on ait:

$$\mathrm{L}-x>x+l,$$

d'où l'on tire

$$x < \frac{L - l}{2},$$

ce qui montre que x doit se rapporter à la moitié gauche du pont, ou, en d'autres termes, qu'il est possible de se contenter d'une seule relation de condition, qui sera précisément l'inégalité (21), à la condition que l'on se borne à ne considérer que la demi-ferme de gauche. Cette restriction n'a d'ailleurs aucun inconvénient, puisqu'il est facile par symétrie de reconstituer ensuite la demi-ferme de droite.

Pour la demi-ferme de gauche, l'équation qui déterminera la valeur de f' correspondant à chaque travée sera donc

$$(22) \quad Q\left(\frac{L^2 - l^2}{f'} - \frac{L^2}{f}\right) - (P - Q)\left(\frac{L}{f} - \frac{L - l}{f'}\right)(L - x) = 0.$$

On voit d'ailleurs, d'après ces considérations, que l'ensemble des nœuds d'une même ferme ne se trouvera plus sur une même courbe algébrique, mais bien sur deux arcs de courbes algébriques, symétriques par rapport à la verticale médiane.

Si, pour simplifier, on désigne par K l'expression $\frac{P - Q}{Q}$, qui représente, ainsi que nous l'avons dit déjà, la plus grande valeur que puisse atteindre le rapport de la surcharge accidentelle au poids mort dans les différentes travées du pont, on arrive, en résolvant l'équation (22) par rapport à f', à l'expression

$$(23) \qquad f' = f\,\frac{L - l}{L}\left[1 + \frac{l}{L + K(L - x)}\right].$$

Cette formule nous permet de calculer f' pour chacune des travées du pont, et par suite d'en déduire la valeur de l'ordonnée du nœud et l'intensité des efforts développés.

Il est intéressant d'examiner les variations qu'éprouvent les maxima de ces efforts lorsqu'on change de travée.

Si l'on considère d'abord la formule (9) qui donne la tension maxima dans le contour inférieur, on voit que cette expression est indépendante de f' et que par suite la projection horizontale de cette tension reste constante dans toute l'étendue du pont. La nouvelle solution ne change donc rien à cet égard.

L'expression (10), qui fait connaître s, contient f' au dénominateur. La compression de la semelle varie donc d'une travée à l'autre ; mais on peut remarquer immédiatement que cette variation est toujours très faible, car pour un pont de 7 travées, par exemple, et pour une valeur de $K = 1$, elle est au plus de $\frac{1}{68}$. Quand on connaît le degré d'approximation qu'il faut attribuer aux formules relatives à la compression, on voit que cette variation est parfaitement négligeable et que l'on peut encore, au point de vue pratique, considérer la valeur de s comme constante.

En ce qui concerne ces deux sortes de pièces, l'économie qui résulte de l'adoption du nouveau tracé n'est pas, d'autre part, très appréciable, et ce ne serait véritablement pas la peine, même dans le cas des fermes à grande portée ou dans celui des ponts à tablier lourd, d'abandonner le tracé si simple de la figure 5 si, ainsi que nous allons le montrer, il ne devait pas en résulter une économie de matière considérable dans la construction des poinçons et des bracons.

Reprenons en effet l'équation (14) qui nous fait connaître la valeur de v_x et écrivons immédiatement au-dessous l'équation (22) renversée après avoir multiplié les deux membres par $\frac{1}{8l}$:

$$(14)\quad \text{Max.}\, v_x = \frac{1}{8l}\left[P\left(\frac{L^2 - l^2}{f'} - \frac{L^2}{f}\right) + (P - Q)\left(\frac{L}{f} - \frac{L - l}{f'}\right)(x + l)\right]$$

$$(22)\quad 0 = \frac{1}{8l}\left[Q\left(\frac{L^2 - l^2}{f'} - \frac{L^2}{f}\right) - (P - Q)\left(\frac{L}{f} - \frac{L - l}{f'}\right)(L - x)\right]$$

En retranchant membre à membre ces deux équations l'une de l'autre, les termes en x et en f' se détruisent et on arrive, toutes réductions faites, à la formule

$$(24) \qquad \text{Max.}\, v_x = \frac{(P-Q)L}{8f}.$$

On voit que le maximum de v_x est encore constant, mais, en rapprochant cette expression de la formule (20) donnée dans le cas du diagramme de la figure 5, on constate que l'on n'a plus au numérateur que la surcharge accidentelle au lieu du poids total de la travée.

Pour obtenir le maximum de w_x, il suffit de remplacer, dans l'équation (14), x par $L - l - x$. On arrive ainsi à l'équation (25), au-dessous de laquelle nous pouvons écrire comme précédemment la relation (22).

$$(25) \quad \text{Max.}\, w_x = \frac{1}{8l}\left[P\left(\frac{L^2-l^2}{f'} - \frac{L^2}{f}\right) + (P-Q)\left(\frac{L}{f} - \frac{L-l}{f'}\right)(L-x)\right],$$

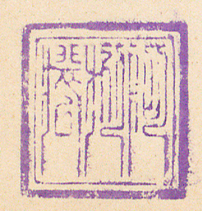
$$(22) \quad 0 = \frac{1}{8l}\left[Q\left(\frac{L^2-l^2}{f'} - \frac{L^2}{f}\right) - (P-Q)\left(\frac{L}{f} - \frac{L-l}{f'}\right)(L-x)\right].$$

En ajoutant membre à membre, les termes en $(L - x)$ se détruisent et il reste alors

$$(26) \qquad \text{Max.}\, w_x = \frac{P+Q}{8l}\left[\frac{L^2-l^2}{f'} - \frac{L^2}{f}\right].$$

On voit que dans ce cas le maximum de w_x dépend de f' et que par suite il n'est pas constant. Ce résultat, qui peut paraître surprenant au premier abord, s'explique facilement par ce fait que la forme de la fonction qui donne w_x est liée à une équation de condition, tandis que celle qui donne v_x est liée à une inégalité.

Il est facile, en même temps, de se rendre compte que le maximum de w_x est toujours plus grand que celui de v_x, et qu'il va sans cesse en augmentant à mesure que l'on se rapproche de la première travée ; mais on peut constater néanmoins que pour les ponts de grande portée ce maximum reste toujours notablement inférieur à la valeur du maximum de v_x déjà donnée par la formule (20).



Passons maintenant à la détermination de la compression maxima u développée dans un poinçon quelconque de la demi-ferme que nous considérons.

En désignant comme précédemment par x l'abscisse correspondant à ce poinçon, par f_{x-1} et f_x les valeurs de f' dans les deux travées contiguës, celle qui le précède et celle qui le suit, et en se reportant d'ailleurs aux calculs qui nous ont permis d'établir la formule (13), on voit que la compression u se compose de deux parties distinctes représentées par les expressions

$$\frac{\mathrm{PL}^2}{2fl^2}\left[\frac{f(\mathrm{L}-l)}{\mathrm{L}^2}(\mathrm{L}-x)-\frac{f_x}{\mathrm{L}-l}(\mathrm{L}-l-x)\right],$$

$$\frac{\mathrm{PL}^2}{2fl^2}\left[\frac{f(\mathrm{L}-l)}{\mathrm{L}^2}x-\frac{f_{x-1}}{\mathrm{L}-l}(x-l)\right].$$

En les ajoutant l'une à l'autre, on arrive à l'égalité

$$u=\frac{\mathrm{PL}^2}{2fl^2}\left[\frac{f}{\mathrm{L}}(\mathrm{L}-l)-\frac{f_{x-1}}{\mathrm{L}-l}(x-l)-\frac{f_x}{\mathrm{L}-l}(\mathrm{L}-l-x)\right].$$

Mais si l'on remarque que de la relation (23) on déduit

$$\frac{f_{x-1}}{\mathrm{L}-l}=\frac{f}{\mathrm{L}}\left[1+\frac{l}{\mathrm{L}+\mathrm{K}(\mathrm{L}-x-l)}\right],$$

$$\frac{f_x}{\mathrm{L}-l}=\frac{f}{\mathrm{L}}\left[1+\frac{l}{\mathrm{L}+\mathrm{K}(\mathrm{L}-x)}\right],$$

on trouve, en portant ces valeurs dans l'équation précédente et en opérant les réductions convenables,

$$(27)\qquad u=\frac{\mathrm{PL}}{2l}\left[1-\frac{x-l}{\mathrm{L}+\mathrm{K}(\mathrm{L}-l-x)}-\frac{\mathrm{L}-l-x}{\mathrm{L}+\mathrm{K}(\mathrm{L}-x)}\right].$$

A la seule inspection de cette formule, on voit que la valeur de u ainsi obtenue est nécessairement inférieure à celle donnée par la formule (19) dans le cas du diagramme de la figure 5. On peut démontrer également qu'elle diminue à mesure que x augmente, et que par suite la compression maxima du poinçon décroît au fur et à mesure que la hauteur s'accroît.

Cette disposition est donc avantageuse.

Pour résumer l'étude de ce tracé, il ne nous reste plus

qu'à présenter un tableau de formules pratiques qui par un simple changement de notations se déduisent sans aucune difficulté des résultats précédemment trouvés.

Soient :

N le nombre total des travées du pont ;

n le rang du nœud considéré (celui de la 2[e] travée ayant le numéro 1, celui de la 3[e] travée le numéro 2, et ainsi de suite) ;

f_n, y_n, w_{xn} et s_n les valeurs de f', y', w_x, et s dans la travée correspondante ;

en remarquant que $\frac{L}{l} = N$ et $\frac{x}{l} = n$, les formules précédentes deviennent

$$f_n = f\frac{N-1}{N}\left[1 + \frac{1}{N + K(N-n)}\right],$$

$$y_n = 4f_n\frac{n(N-n-1)}{(N-1)^2},$$

$$t_x = NP\frac{L}{8f},$$

$$v_x = (P-Q)\frac{L}{8f},$$

$$w_{xn} = \frac{L}{8f}(P+Q)\frac{K(N-n)}{N+1+K(N-n)},$$

$$s_n = \frac{l}{8f_n}(N^2-1)P.$$

Pour un poinçon de rang m (celui qui sépare la 1[re] travée de la 2[e] ayant le numéro 1, et ainsi de suite), on a $\frac{x}{l} = m$ et, par suite,

$$u_m = \frac{NP}{2}\left[1 - \frac{m-1}{N+K(N-m-1)} - \frac{N-m-1}{N+K(N-m)}\right].$$

Si l'on remarque que les variables n et m sont des nombres entiers de un ou deux chiffres, on voit que l'emploi de ces formules est très rapide et est incontestablement plus commode dans le cas de cette ferme que l'usage des constructions graphiques ; mais il est essentiel de ne per-

dre de vue que, de même que celles dont elles se déduisent, elles ne s'appliquent qu'à la demi-ferme de gauche, la demi-ferme de droite s'obtenant simplement par symétrie.

Lorsque la portée à franchir est tant soit peu considérable, on s'aperçoit immédiatement que dans les travées les plus voisines des points d'appui, le nœud se trouve très rapproché de l'un des deux poinçons. Dans ce cas on trouvera généralement qu'il est avantageux, à différents points de vue, de combiner la ferme parabolique avec la poutre armée réticulaire dont le diagramme est donné par la figure 6.

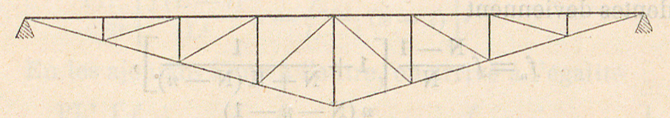


Fig. 6. — Poutre armée réticulaire.

Nous ne nous arrêterons pas à cette ferme dont l'étude ne présente aucune difficulté et qui jouit d'ailleurs, au point de vue de l'invariabilité du sens des efforts, des mêmes avantages que la précédente, mais nous donnons ci-après (fig. 7), à titre de simple indication, le diagramme de la ferme obtenue par la combinaison des deux tracés.

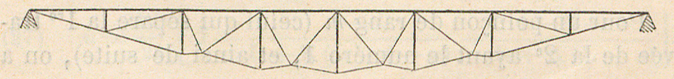


Fig. 7. — Diagramme de la ferme obtenue par la combinaison de la ferme parabolique avec la poutre armée réticulaire.

On voit en somme, à la simple inspection de la figure, que la modification dont il s'agit revient à substituer la corde à l'arc dans les parties où la parabole présente une courbure peu prononcée.

Il semblera quelquefois préférable, au point de vue de l'élégance de la construction, de remplacer la corde supérieure rectiligne par un arc de polygone convexe plus ou

moins surélevé. Cette disposition sera surtout avantageuse lorsqu'on voudra diminuer la flèche de la courbe formée par les extrémités inférieures des poinçons, sans réduire la hauteur totale de la poutre.

Il est facile de voir comment les formules que nous avons déjà trouvées peuvent s'appliquer à ce nouveau tracé.

Il suffira de convenir que les prolongements des cordons inférieurs dans une travée quelconque devront toujours passer, non plus au-dessous des points d'appui de la ferme, mais au-dessous des points d'intersection obtenus en prolongeant le côté correspondant du polygone supérieur jusqu'aux deux verticales passant par les points d'appui ;

De continuer à compter les abscisses x sur l'horizontale issue de l'un des points d'appui ;

D'appeler y, non plus l'ordonnée du pied du poinçon, mais bien la hauteur même de ce poinçon et de la prendre égale à l'ordonnée correspondante d'un arc de parabole, les pieds des poinçons ne se trouvant plus alors sur un même arc de parabole mais sur une transformée de cette courbe ;

D'appeler y' ou y_{n} la portion d'ordonnée verticale comprise entre un nœud et le côté correspondant du polygone supérieur et de désigner de même par f, f' ou f_{n} les flèches verticales des courbes transformées comptées à partir des sommets ou des côtés de ce même polygone.

Avec ces conventions, les démonstrations et les formules que nous avons données dans le cours de cette étude s'appliquent strictement au cas de la nouvelle ferme, à la condition toutefois de remplacer la compression s de l'élément de corde supérieure par la projection horizontale s_{x} de cette même compression, et d'éliminer toutes les formules relatives à la compression u du poinçon, qui ne sont plus applicables, puisqu'elles contiennent l'expression du coefficient angulaire en coordonnées rectangulaires.

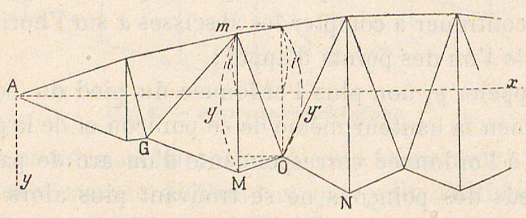
Si la forme du polygone supérieur n'est pas définie al-

gébriquement, mais est déterminée par un simple tracé géométrique, le moyen le plus simple de trouver cette compression consistera à construire le parallélogramme des forces sur les tensions maxima des deux cordons aboutissant au pied du poinçon.

Habituellement on placera les sommets du polygone supérieur sur un arc de parabole tournant sa convexité vers le haut et symétrique par rapport à la verticale médiane. Dans ce cas, si l'on désigne par φ la flèche de cet arc au-dessus de l'horizontale joignant les deux points d'appui, on démontre facilement [1] que, pour obtenir la

---

1. Soient :



U, la compression totale du poinçon mM.

U_x la portion de compression due à la tension de MO.

U_{L-x} la portion de compression due à la tension de MG.

On a :

$$U = U_x + U_{L-x}.$$

Or

$$U_x = t_x \frac{(y - y') - (i' - i)}{x' - x} = u_x + z_x \left(\text{en posant } z_x = t_x \frac{i' - i}{x' - x}\right)$$

d'où

$$U = u + z_x + z_{L-x},$$

$$i = \frac{4\varphi}{L^2} x (L - x'),$$

$$i' = \frac{4\varphi}{L^2} \frac{L^2 - l^2}{L^2} x' (L - x') = \frac{4\varphi}{L^2} \frac{L + l}{L - l} x (L - l - x),$$

en remplaçant x' par sa valeur $\frac{Lx}{L - x}$.

On déduit de là

$$\frac{i' - i}{x' - x} = \frac{4\varphi}{L^2 l} [(L + l)(L - l - x) - (L - l)(L - x)]$$

$$= \frac{4\varphi}{L^2} [L - l - 2x]$$

$$z_x = t_x \frac{4\varphi}{L^2} (L - l - 2x)$$

$$z_{L-x} = t_x \frac{4\varphi}{L^2} [L - l - 2(L - x)] = t_x \frac{4\varphi}{L^2} [- L - l + 2x],$$

$$z_x + z_{L-x} = t_x \frac{4\varphi}{L^2} (- 2l) = - t_x \frac{8\varphi l}{L^2};$$

compression maxima u développée dans un poinçon quelconque, il suffit de retrancher la quantité constante $\frac{\varphi}{f}$ P des valeurs de u données par les précédentes formules. La diminution qui en résulte n'est donc réellement sensible que pour les fermes de petite portée.

Il est intéressant de voir, pour ces nouveaux tracés, ce que devient le diagramme de la figure 5. On trouve sans difficulté que dans ce cas, pour déterminer le nœud d'une travée quelconque mMnN (fig. 8), il suffit de prolonger

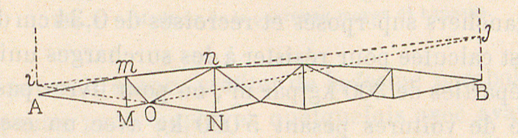


Fig. 8. — Ferme parabolique avec semelle supérieure convexe.

le côté extérieur $m\ n$ jusqu'aux deux verticales passant par les points d'appui, de marquer les points d'intersection I et J, de joindre IN et JM et de prendre le point de rencontre O des deux droites ainsi tracées.

CONSTRUCTION ET MONTAGE DE LA FERME.

Nous n'entrerons pas dans tous les détails que comporte un pareil sujet, mais nous ferons remarquer cependant, avant de terminer cette notice, que le meilleur système de construction à adopter pour la ferme serait incontestablement celui des poutres articulées que l'on emploie aux États-Unis.

---

remplaçant t_x par sa valeur (9), on obtient

$$z_x + z_{L-x} = -\frac{\varphi}{f} P,$$

et enfin

$$U = u - \frac{\varphi}{f} P.$$

Pour l'étude même des assemblages nous renvoyons à l'ouvrage de MM. Lavoinne et Pontzen sur *Les Chemins de fer en Amérique*. Ce précieux traité donne au sujet des poutres Fink des détails de construction qui sont applicables pour la plupart au genre de ferme qui nous occupe.

A titre de simple indication nous donnons également sur la planche le croquis du projet d'un pont-route de 36,40 m de portée et de 3,6 m de largeur. Cette construction, qui supporte un platelage formé d'un cours de madriers en chêne jointifs de 0,10 cm d'épaisseur et de deux planchers superposés et recroisés de 0,34 cm d'épaisseur, est calculée pour résister à des surcharges uniformément réparties de 300 kg par m^2, ou pour livrer passage à une file de voitures pesant 5 000 kg avec un essieu ou 7 000 kg avec deux essieux. Dans ces conditions, et en supposant par mm^2 un coefficient de sécurité de 10 kg pour les pièces d'acier résistant à la traction et un travail maximum variant de 3,6 kg à 4,8 kg pour les colonnes en fer laminé résistant à la compression, on arrive, pour l'ensemble des deux fermes de rive proprement dites, avec une valeur de $K = 1$, à un poids moyen de 284 kg par mètre courant.

Nous ne parlerons du montage de la construction que pour montrer comment à ce point de vue la nouvelle ferme se différencie des poutres Fink et Bollman auxquelles on pourrait être amené à la comparer. On sait que les difficultés et les dépenses considérables auxquelles entraînent souvent ces deux sortes de construction résultent principalement de l'impossibilité dans laquelle on se trouve de monter les fermes par parties successives, et de la nécessité d'échafauder tout leur ensemble afin de disposer et de régler simultanément les différents éléments dont elles se composent.

Ces inconvénients ne se présenteraient pas dans le montage de la ferme qui nous occupe, puisqu'il suffirait évi-

demment de la construire travée par travée, en soutenant seulement l'extrémité de la poutre en construction par un échafaudage volant, ou mieux encore par des haubans amarrés sur la rive d'arrivée (fig. 9).

Dans ce dernier cas, il serait absolument nécessaire d'amarrer également sur la rive de départ l'extrémité de la poutre déjà construite.

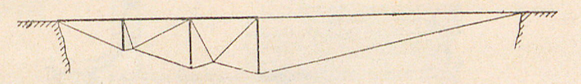


Fig. 9. — Montage de la poutre au moyen de haubans.

On pourrait encore profiter de la forme parabolique de cette poutre pour employer quelquefois avec avantage le système de cintres funiculaires représenté par le diagramme de la figure 10.

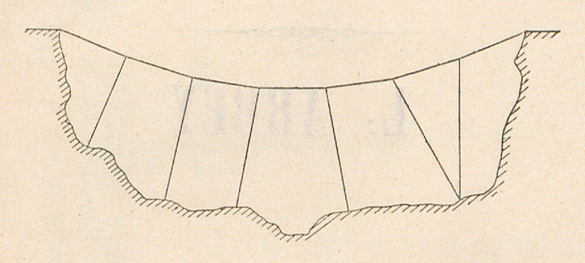


Fig. 10. — Montage de la poutre au moyen des cintres funiculaires.

Enfin il serait peut-être possible de simplifier le travail en jetant d'abord en travers de la brèche les deux chaînettes formées par le système des cordons inférieurs préalablement assemblés entre eux. On viendrait ensuite disposer successivement, sur les points d'articulation ainsi obtenus, les palées et les différents éléments qui composent chacune des travées, en ayant soin, au moyen de palans convenablement disposés, de retrousser en même temps les nœuds à la hauteur voulue pour permettre leur assemblage avec

les bracons. Pendant toute la durée de cette opération, la rigidité de la construction serait maintenue au moyen de haubans disposés comme ceux de la figure 10. Ces haubans seraient lâchés au fur et à mesure de l'avancement du travail de façon à permettre la déformation progressive du système.

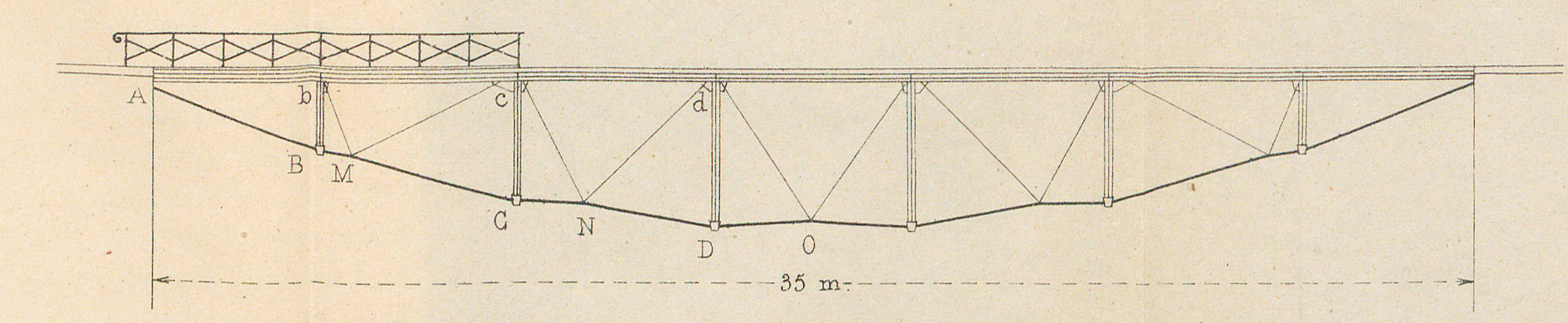
L. ARBEY

Nancy, impr. Berger-Levrault et Cie.

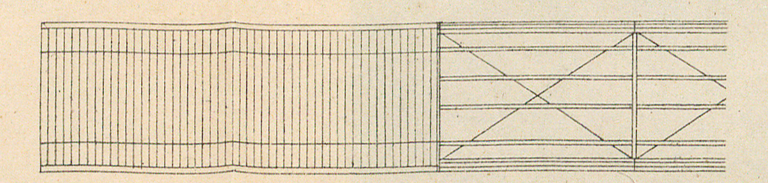
POUTRE ARMÉE RÉTICULAIRE.

PROJET D'UN PONT-ROUTE DE 36,m 40 DE PORTÉE.

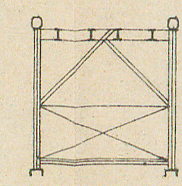
Elévation longitudinale. $\left(\frac{1}{200}\right)$



Demi-Plan. $\left(\frac{1}{200}\right)$



Palée Dd. $\left(\frac{1}{200}\right)$



Détail des barres d'une ferme
(en acier doux)

AB : 2 barres de 75/32	bM : 1 barre ronde diamètre 33 ;
BM : 2 _id ___ 75/30	cM : 1 __ id __ ___ 24.5 ;
MC : 2 _id ___ 75/31	cN : 1 __ id __ ___ 30 ;
CN : 2 _id ___ 75/30	dN : 1 __ id __ ___ 25,5
ND : 2 _id ___ 75/30	dO : 1 __ id __ ___ 27 ;
DO : 2 _id ___ 75/30	

Détail des pièces d'une palée
(en acier doux)

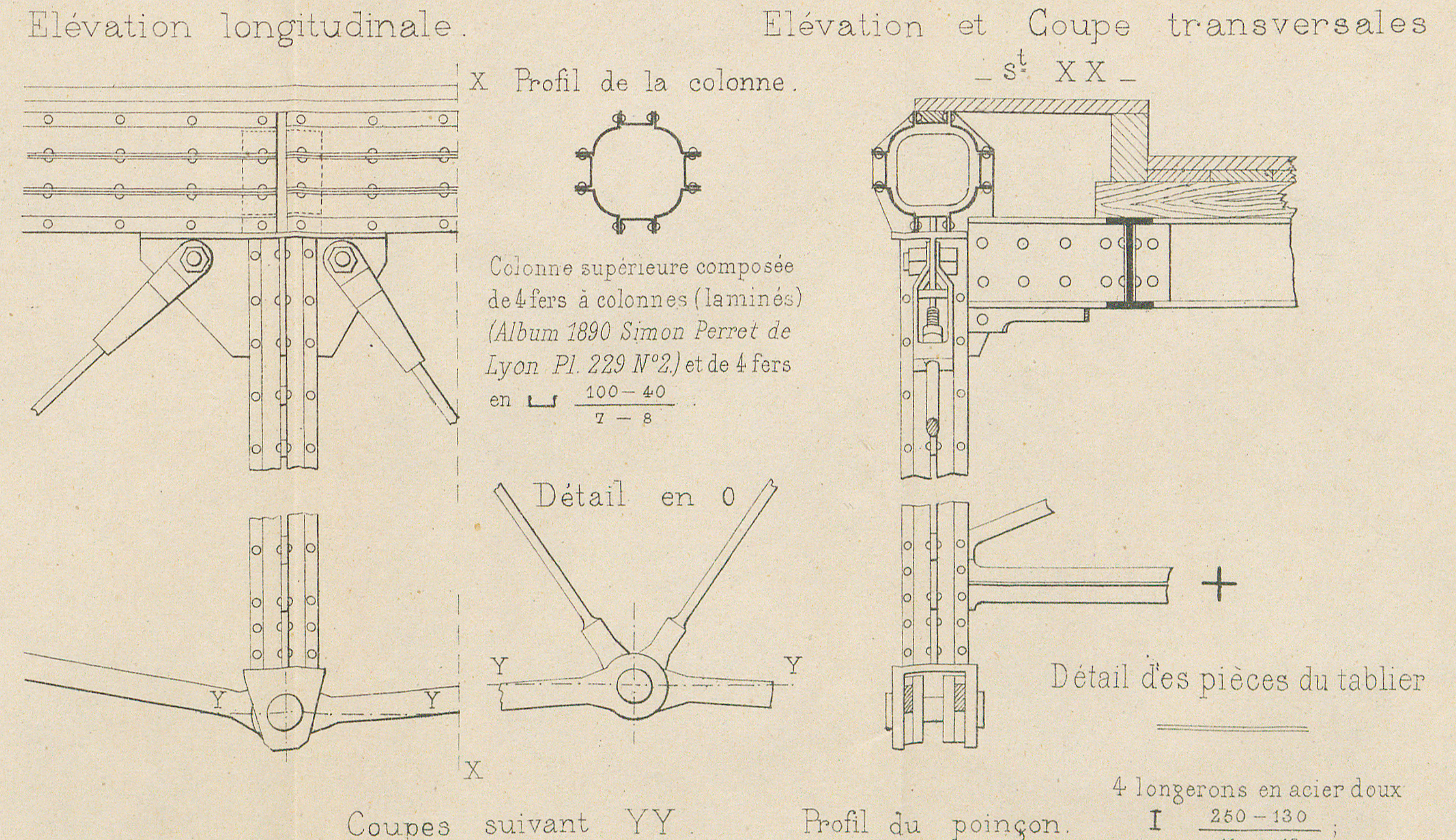
1 Entretoise I $\frac{250-100}{10-12}$;

2 Contrefiches ⊔ $\frac{120-65}{7,5-8}$;

1 Entretoise inf.re + $\frac{100}{8}$;

3 Tirants de 40/10.

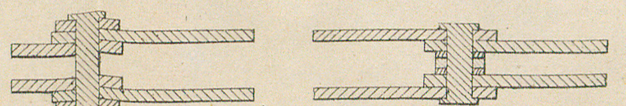
Détails d'assemblages d'un poinçon Dd $\left(\frac{1}{20}\right)$

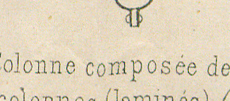


Colonne supérieure composée de 4 fers à colonnes (laminés) (*Album 1890 Simon Perret de Lyon Pl. 229 N°2.*) et de 4 fers en ⊔ $\frac{100-40}{7-8}$.

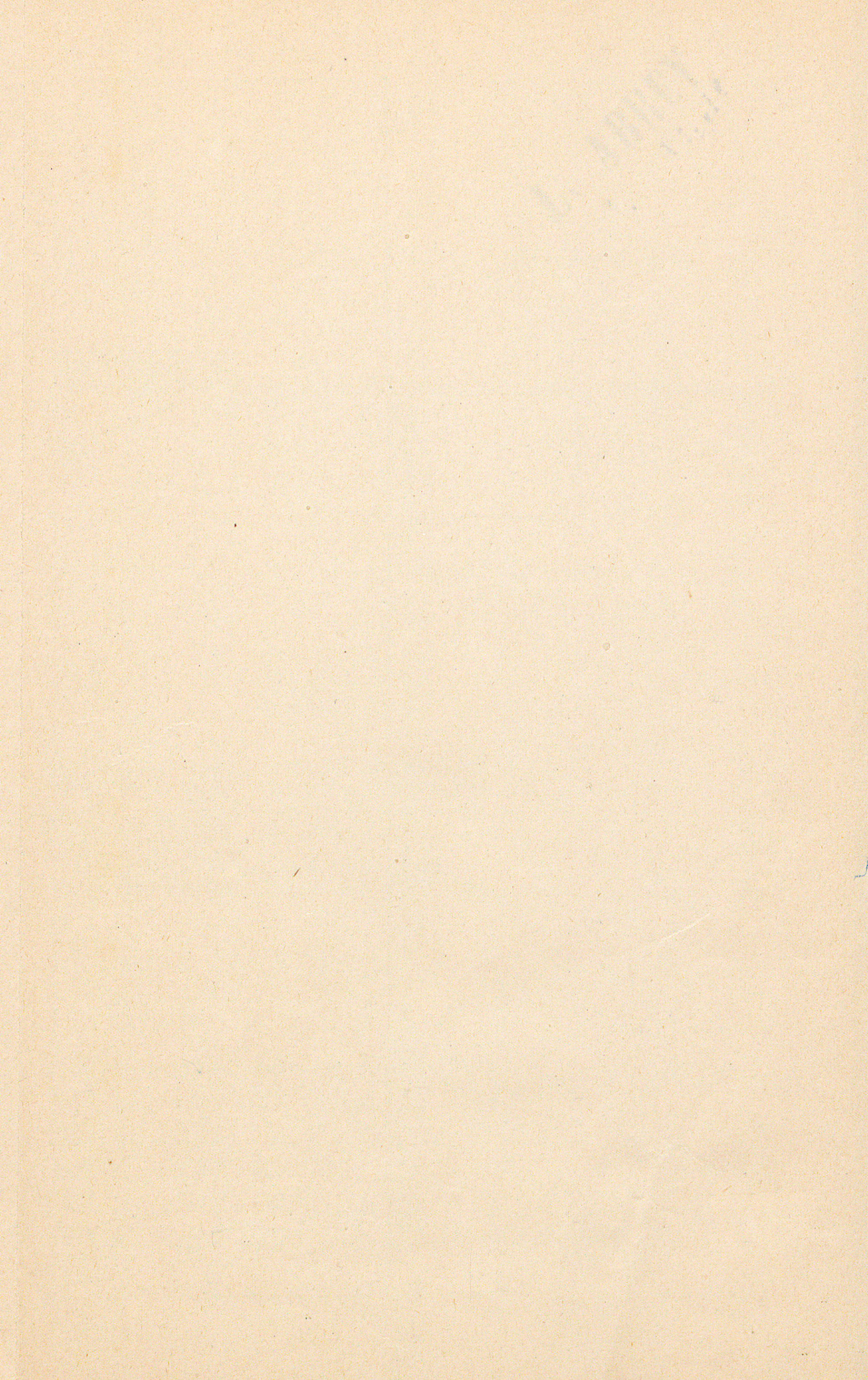
4 longerons en acier doux I $\frac{250-130}{11-13}$;

2 barres de contreventement de 40/10





Colonne composée de 4 fers à colonnes (laminés). (*Album 1890 Simon Perret de Lyon Pl. 229, N°1*).



BERGER-LEVRAULT ET Cie, LIBRAIRES-ÉDITEURS

Paris, 5, rue des Beaux-Arts. — Même maison à Nancy

Ponts et viaducs mobilisables à éléments portatifs en acier, pour chemins de fer et routes stratégiques, par R. HENRY, lieutenant-colonel du génie. Nouvelle édition. 1891. Volume gr. in-8°, avec 10 planches, broché . . . . 5 fr

De la Possibilité des voyages aériens au long cours, par E. DEBURAUX, lieutenant à la 1re compagnie d'aérostiers. 1891. In-8° avec figures, broché . . . . 1 fr.

Des Ascensions aéronautiques libres en pays de montagnes, et particulièrement à Grenoble, par J. VOYER, lieutenant du génie. 1891. In-8°, avec figures, broché . . . . 1 fr. 50 c.

Situation actuelle de la fortification. Idées et tendances de la nouvelle école. Réponse aux critiques des régions fortifiées, par le général BRIALMONT. 1891. In-12 . . . . 1 fr. 50 c.

Napoléon et la défense des côtes, par le chef d'escadron DELAUNEY, de l'artillerie de la marine. 1890. In-8°. . . . . 1 fr. 50 c.

Sur l'Emploi des méthodes géométriques dans la détermination des efforts intérieurs qui s'exercent dans les travures réticulaires, par L. BOSSUT. 1891. In-8°, avec 6 planches. . . . . 2 fr.

Sur l'Emploi de méthodes géométriques dans les calculs de projets de routes et de voies ferrées, par L. BOSSUT, capitaine du génie. 1890. In-8°, avec 22 figures et 1 planche . . . . 1 fr. 50 c.

Le Stand de Bruxelles, par A. PETIT, lieutenant-colonel du génie, et VONDERSCHERR, chef de bataillon d'infanterie. 1891. In-8°, avec 14 figures et 1 planche . . . . 1 fr. 25 c.

Étude sur l'assainissement des établissements militaires par le tout à l'égout, par G. VALLERNAUD, capitaine du génie. 1890. In-8°, avec 45 figures. . . . . 1 fr. 50 c.

Sur les Types de casernes à adopter pour le Tonkin, par L. JOFFRE, capitaine du génie d'Hanoï. 1889. In-8° avec 3 figures, broché 75 c.

Éclairage électrique du quartier de cavalerie Bonnard à Épinal, par le capitaine COLSON, 1889. In-8°, avec une planche . . . 50 c.

Les Toitures plates en ciment de bois avec terrasses. 1891. In-8°, avec 4 figures . . . . 50 c.

Influence des engins nouveaux sur la fortification de champ de bataille, par L. BONNEFON, capitaine du génie. 1890. In-8°, avec 14 figures . . . . 2 fr.

La Fortification à l'étranger, par L. BERTRAND, capitaine du génie. 1889. In-8° avec 20 figures . . . . 1 fr.

Le Chemin de fer à voie de 0^m^,60 à l'Exposition universelle de 1889, par F. JACQUILLAT, capitaine d'artillerie. 1890. In-8°, avec 1 planche . . . . 75 c.

Aide-mémoire de l'officier du génie en campagne (Ministère de la guerre). 1886. Volume petit in-8°, percale souple, genre calepin, avec élastique, tranches rouges . . . . 5 fr.

Revue du génie militaire, paraissant tous les deux mois, depuis 1887. Prix par an : **15** fr.; Union postale, **16** fr. **50** c.

MM. les officiers français et assimilés des armées de terre et de mer (armée active, réserve et armée territoriale) peuvent s'abonner à la *Revue* avec une réduction de 5 fr. sur les prix ci-dessus.

Nancy, impr. Berger-Levrault et Cie.